

Exercice N°1 : (5 pts)

1/a) Vérifier que $(\sqrt{3} - 3i) = -6 - 6\sqrt{3}i$.

b) Résoudre dans \mathbf{C} l'équation : $z^2 - (\sqrt{3} + i)z + 2 + 2\sqrt{3}i = 0$

2/ Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On considère les points A et B d'affixes respectives $2i$ et $\sqrt{3} - i$.

a) Ecrire sous forme trigonométrique les nombres complexes $2i$ et $\sqrt{3} - i$.

b) Placer, dans le plan P les points A et B

c) Soit C le point du plan tel que : $\vec{AC} = \vec{OB}$. Déterminer l'affixe du point C

d) Montrer que le point C appartient au cercle de centre O et passant par A.

e) Montrer que le quadrilatère OACB est un losange.

Exercice N°2: (5pts)

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v})

On donne les points A, B et D d'affixe respectives $z_A = 1 + 2i$; $z_B = 2 + 4i$ et $z_D = 3 + i$

1/ Montrer que le triangle ABD est isocèle rectangle en A

2/ Déterminer l'affixe du point C pour que ABCD soit un carré.

3/a) Déterminer l'affixe du point $I = B * D$

b) Déterminer les ensembles E et F définie par :

$$E = \left\{ M(z) \in P \text{ tel que: } \left| z - \frac{5}{2}(1 + i) \right| = \frac{\sqrt{10}}{2} \right\}$$

$$F = \left\{ M(z) \in P \text{ tel que: } z = \sqrt{5} e^{i\theta} ; \theta \in [0, \pi] \right\}$$

Problème : (10 pts)

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé direct $R (O, \vec{i}, \vec{j})$

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \begin{cases} \sqrt{x^2 - 1} - x & \text{si } x \in [1, +\infty[\\ \frac{x^2 + 3x - 3}{x - 1} & \text{si } x \in]-\infty, 1[\end{cases}$$

et (Γ) sa courbe représentative dans R

- I- 1/ Montrer que f est continue sur $[1, +\infty[$
2/ Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
3/ Etudier la dérivabilité de f à droite en 1
Interpréter graphiquement le résultat.
- II- 1/ Vérifier que f n'est pas continue en 1
2/ Soit Δ la droite d'équation $y = x + 4$
a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - y)$
b) Déterminer pour $x < 1$ le signe de $f(x) - y$
- III- 1/ Pour $x < 1$, calculer $f'(x)$ puis déterminer son signe.
2/ Déterminer une équation cartésienne de la tangente (T) à (Γ) au point E d'abscisse 0
3/ Pour $x \geq 1$, calculer $f'(x)$ puis déterminer son signe.
4/ Dresser le tableau de variation de f sur \mathbb{R}

